Mathe für die Praxis

Teil 15: Körperberechnung Prismen

Ein geometrischer Körper ist ein Raum, der durch Flächen begrenzt wird. Das Volumen (V) beschreibt den Rauminhalt eines Körpers; die seitlichen Begrenzungsflächen ergeben die Mantelfläche (A_M). Die Summe aller Begrenzungsflächen ist die Oberfläche (A_O).

Wir unterteilen die Körper in
- gerade Körper (z. B. Säule, Prisma),
- spitze Körper (z. B. Kegel, Pyramide),
- stumpfe Körper (z. B. Kegelstumpf),
- Kugeln,
- Rotationskörper (z. B. Ring).

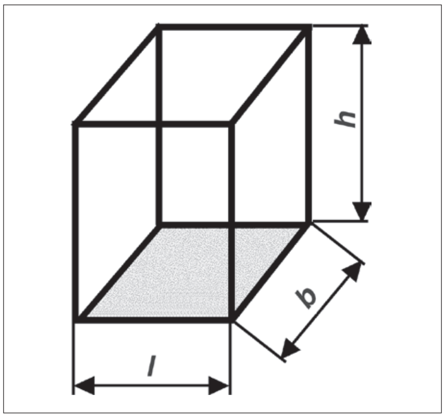
Gerade Körper entstehen durch senkrechtes Verschieben einer (Grund-)Fläche (A) um den Abstand (h).

$V = A \cdot h$

Ist A ein Produkt aus $l \cdot b$, ist

$V = l \cdot b \cdot h$

Säulen (Prismen) haben die gleiche Grund- und Deckflächen, die zueinander parallel sind. Ein Prisma mit rechteckiger Grundfläche wird Quader genannt. Eine Sonderform des Quaders ist der Würfel, mit sechs quadratischen Begrenzungsflächen.



Die Mantelfläche (A_M) eines Prismas soll am Beispiel eines Quaders berechnet werden:

$A_M = 2 \cdot l \cdot h + 2 \cdot b \cdot h$

$A_M = 2\,h \cdot (l + b)$

Die Oberfläche eines Prismas ist die Summe von Mantel-, Grund- und Deckfläche. Hier das Beispiel eines Quaders:

$A_O = 2\,(l \cdot h + b \cdot h + l \cdot b)$

Berechnungsbeispiel 1

Berechnen Sie das Volumen und die gesamte Außenfläche einer frei stehenden Werkstatt mit Flachdach von 4,5 m Breite und 5,3 m Länge und 2,8 m Höhe.

Wertetabelle:

$l = 5{,}3$ m

$b = 4{,}5$ m

$h = 2{,}8$ m

Gesucht:

V in m^3

$A_{außen}$ in m^2

Lösung:

$V = l \cdot b \cdot h$

$V = 5{,}3\ m \cdot 4{,}5\ m \cdot 2{,}8\ m$

$V = 66{,}8\ m^3$

Gebäudevolumen $V = 67\ m^3$

$A_{außen}$ = Mantelfläche + Dachfläche

$A_M = 2\,h \cdot (l + b)$

$A_M = 2 \cdot 2{,}8\ m\ (5{,}3\ m + 4{,}5\ m)$

$A_M = 54{,}9\ m^2$

$A_{Dach} = l \cdot b$

$A_{Dach} = 5{,}3\ m \cdot 4{,}5\ m$

$A_{Dach} = 23{,}9\ m^2$

$A_{außen} = 54{,}9\ m^2 + 23{,}9\ m^2$

$A_{außen} = 78{,}8\ m^2$

Summe der Außenflächen 79 m^2.

Berechnungsbeispiel 2

Ein Heizöl-Lagerbehälter misst innen 3,1 m mal 2,5 m und ist 1,8 m hoch. Die Ansaugöffnung der Entnahmeleitung steht 6 cm über dem Behälterboden. Die zulässige Füllhöhe endet 8 cm unter dem Deckel. Berechnen Sie das Volumen und die größte Lagerkapazität des Behälters.

Wertetabelle:

$l = 3{,}1$ m

$b = 2{,}5$ m

$h = 1{,}8$ m

$a_1 = 6$ cm

$a_2 = 8$ cm

Gesucht:

V und V_K in m^3

K in %

Lösung:

$V = l \cdot b \cdot h$

$V = 3{,}1\ m \cdot 2{,}5\ m \cdot 1{,}8\ m$

$V = 14\ m^3$

Behältervolumen = 14 m^3

$h_x = h - (a_1 + a_2)$

$h_x = 180\ cm - (6\ cm + 8\ cm)$

$h_x = 166\ cm$

$h_x = 1{,}66\ m$

$V_K = l \cdot b \cdot h_x$

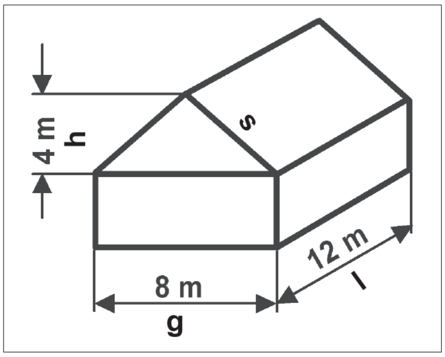
$V_K = 3{,}1\ m \cdot 2{,}5\ m \cdot 1{,}66\ m$

$V_K = 12{,}9\ m^3$ Lagerkapazität

Übungsaufgabe 1

Ein Kleinbetrieb hat einen Raum von 3,3 m Länge, 2,5 m Breite und 2,4 m Raumhöhe. Wie groß ist bei achtfachem stündlichen Luftwechsel der Außenluft-Volumenstrom für die Raumbelüftung?

Übungsaufgabe 2



Ein Satteldach hat die Form eines Dreikant-Prismas. Berechnen Sie das Luftvolumen des Dachbodens in m^3 und die Dachfläche in m^2.

Übungsaufgabe 3

Der Heizöl-Lagerbehälter (aus Berechnungsbeispiel 2) wird neu in Betrieb genommen und mit 10 000 l Heizöl befüllt. Bestimmen Sie die Füllhöhe des Heizöls im Behälter.

Lösungen Seite 14